



## REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS COM REINICIAÇÃO ADAPTATIVA DE INTEGRADOR

João Vitor Ferreira Azevedo <sup>1</sup>; Mariella Maia Quadros <sup>2</sup>

1 João Vitor Ferreira Azevedo, Bolsista (IFMG), Curso Engenharia de Controle e Automação, IFMG Campus Sabará, Sabará - MG; [joaovitorvp65@gmail.com](mailto:joaovitorvp65@gmail.com)

2 Mariella Maia Quadros: Pesquisador do IFMG, Campus Sabará; [mariella.quadros@ifmg.edu.br](mailto:mariella.quadros@ifmg.edu.br)

### RESUMO

Este trabalho propõe uma nova abordagem para projetar leis de controle híbrido através de realimentação de estados e reinicialização adaptativa do integrador. Para melhorar o rastreamento de referências constantes por partes e a rejeição de perturbações externas, o sistema é aumentado incluindo um estado da integral do erro de rastreamento, cujo valor é redefinido quando condições específicas de salto são atendidas. Portanto, conforme previsto pela literatura, o controlador híbrido proposto com função de reinicialização é capaz de melhorar o desempenho do sistema em comparação aos respectivos controladores lineares. Além disso, são propostas condições para análise de estabilidade exponencial utilizando desigualdades lineares matriciais (LMIs, do inglês *Linear Matrix Inequalities*), e o desempenho é verificado através de simulações computacionais de um sistema de tanques acoplados, seguidas de comparações de índices típicos calculados.

**PALAVRAS CHAVES:** Controle Híbrido; Realimentação de Estados; LMIs; Controle de Processos.

### INTRODUÇÃO:

Em aplicações práticas, ao realizar o projeto de controladores, na maioria dos casos, é desejável que o sistema de malha fechada resultante tenha estabilidade garantida e que apresente desempenho satisfatório, com os menores valores de sobressinal, tempo de subida e tempo de acomodação possíveis. Além disso, espera-se que o sistema seja robusto às incertezas paramétricas de modelo, rejeite perturbações externas e continue rastreando um sinal de referência com erro de regime permanente pequeno ou nulo. Entretanto, com a implementação de controladores lineares, ao obter uma resposta mais rápida, inevitavelmente o valor de sobressinal máximo e o gasto de energia são aumentados e as margens de estabilidade reduzidas (Goodwin et al., 2001). Por outro lado, nos últimos anos, tem sido notado um aumento no número de trabalhos que abordam o desenvolvimento de controladores não lineares, em especial os denominados híbridos, capazes de superar as limitações dos controladores lineares convencionais (Zhao et al., 2013). Com sua utilização, é possível, por exemplo, obter valores relativamente baixos de tempos de subida, associados com pequeno ou nenhum sobressinal (Rubio-Scola et al., 2017; Quadros et al., 2017).

Os sistemas dinâmicos híbridos são aqueles que combinam comportamentos típicos de sistemas contínuos no tempo com comportamentos típicos de sistemas discretos no tempo, sendo descritos simultaneamente por equações diferenciais e de diferenças (Goebel et al., 2009). De forma semelhante, os controladores híbridos com reinicialização geralmente possuem dinâmica linear durante a maior parte do tempo (descrita pelas equações de fluxo), mas a partir de uma determinada condição, tem seu estado reiniciado (definido pelas equações de salto).

Os trabalhos de Quadros et al. (2017) e Rubio-Scola et al. (2017) propõem PI híbridos baseados no FORE (Elemento de Reiniciação de Primeira Ordem) (Nesic et al., 2011), mas que possuem a reiniciação adaptativa do estado do integrador, por meio da inclusão de estados auxiliares nos controladores. A adaptação na reiniciação é um diferencial que permite o rastreamento de referências constantes por partes, mesmo na presença de perturbações externas e incertezas paramétricas de modelo, o que geralmente é um requisito para a implementação em processos industriais, e que não são levados em consideração de forma simultânea nos outros trabalhos apresentados anteriormente.

### METODOLOGIA:

Considere um sistema linear e invariante com uma entrada e uma saída (SISO, do inglês *Single-Input/Single-Output*), em que  $x_p(t) \in R^n$  é o vetor de estados,  $u(t) \in R$  o sinal de controle,  $y(t) \in R$  a saída do sistema e  $d(t) \in R$  uma perturbação de energia finita, com  $d(t) \in \mathcal{L}_2$ . Além disso, as matrizes  $A_p \in R^{n \times n}$ ,  $B_p \in R^{n \times 1}$  e  $C_p \in R^{1 \times n}$  são conhecidas. Para inclusão de um integrador no laço de controle, é possível aumentar o sistema, resultando em:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \hat{A}x(t) + \hat{B}(u(t) + d(t)) + \hat{D}r(t) \\ \hat{y}(t) = \hat{D}x(t) \end{cases} \quad (1)$$

em que  $x(t) = [x_p^T(t) \ x_I^T(t)]$  é o vetor de estados aumentado,  $x_I(t) = \int e(t)$  o estado da integral do erro de rastreamento e  $e(t) = r(t) - y(t)$ , sendo  $r(t)$  o sinal de referência constante por partes e:

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ -C_p & 0 \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} B_p \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{C} = [C_p \ 0], \hat{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Sendo assim, o sinal de controle é dado por,  $u(t) = -\hat{K}x(t)$ , em que  $\hat{K} = [K \ -k_I]$  é o ganho da realimentação de estados a ser projetado, sendo  $K$  o ganho a ser aplicado ao vetor de estados do sistema e  $k_I$  à integral do erro.

Após realizar o projeto do ganho  $\hat{K}$  para a lei de controle, é possível descrever e implementar um controlador híbrido adaptativo por realimentação de estados com reiniciação do estado do integrador  $x_I(t)$ . Considerando  $\dot{r}(t) = 0$ , o sistema híbrido de malha fechada é definido como:

$$\begin{array}{l} \text{Equação de fluxo:} \\ \left. \begin{array}{l} \dot{x}_p = (A_p - B_p K)x_p + B_p(k_I x_I + d) \\ \dot{e} = -C_p A_p x_p + C_p B_p(K x_p - k_I x_I - d) \\ \dot{x}_I = e \\ \dot{\xi} = e \\ \dot{\tau} = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \eta \geq 0 \\ \text{ou} \\ \tau \leq \rho, \end{array} \\ \text{Equação de Salto:} \\ \left. \begin{array}{l} x_p^+ = x_p \\ e^+ = e \\ x_I^+ = x_I - \alpha \xi \\ \xi^+ = 0 \\ \tau^+ = 0 \end{array} \right\} \eta \leq 0 \text{ e } \tau \geq \rho, \end{array} \quad (3)$$

em que  $\eta = 2e\xi + \epsilon_1 e^2 - \epsilon_2 \xi^2$ ,  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$  são constantes suficientemente pequenas,  $\rho > 0$  é uma constante dada e  $\tau \geq 0$  é um estado auxiliar utilizado para regularização temporal, em que  $\dot{\tau} = 1$  para  $\tau \in [0, 2\rho)$ , mantendo  $\tau$  limitado e para evitar as soluções do tipo Zeno. Também é incluído no controlador híbrido adaptativo um estado auxiliar  $\xi$  que possui a dinâmica do erro durante o fluxo e

que é reiniciado para zero nos saltos. O parâmetro  $\alpha \in [0,1]$  representa a taxa de adaptação ajustável do controlador, sendo capaz de fornecer um comportamento linear do controlador caso seja definido como  $\alpha = 0$  e de eliminar a adaptação, caso definido como  $\alpha = 1$ . Se definido com valores na faixa  $0 < \alpha < 1$ , o controlador mescla as características do controlador por realimentação de estados linear com as de um controlador híbrido sem adaptação, melhorando significativamente as propriedades de rejeição de perturbação e rastreamento de referência.

O sistema de malha fechada (3) pode ser reescrito conforme estrutura apresentada em Goebel et al. (2012) e Rubio-Scola et al. (2017), como:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_a &= Ax_a + Bd \\ \dot{\tau} &= 1 \end{aligned} \right\} x_a \in C \text{ ou } \tau \geq \rho, \quad \left. \begin{aligned} x_a^+ &= A_r X_a \\ \tau^+ &= 0 \end{aligned} \right\} x_a \in D \text{ e } \tau \geq \rho, \quad (4)$$

em que  $x_a$  é um vetor de estados aumentado e:

$$x_a = \begin{bmatrix} x_p^T \\ e^T \\ x_I^T \\ \xi^T \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} A_p - B_p K & 0 & B_p k_I & 0 \\ -C_p A_p + C_p B_p K & 0 & -C_p B_p k_I & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} B_p \\ -C_p B_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad A_r = \begin{bmatrix} I_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Como é possível observar, o sistema híbrido de malha fechada possui estrutura equivalente à apresentada em Nesic et al. (2011) e Rubio-Scola et al. (2017). Dessa forma, a análise de estabilidade exponencial pode ser realizada de forma similar ao proposto nesses trabalhos.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES:

Com o objetivo de analisar e verificar o desempenho da abordagem proposta, são realizadas simulações computacionais para um sistema de tanques acoplados, conforme apresentado na Figura 1 inspirado no sistema de controle em tempo real utilizado no trabalho (Rubio-Scola et al., 2017). O sistema possui dois tanques com 80 cm de altura, 62 cm de diâmetro e com capacidade de 200 litros cada. Os níveis de água nos dois tanques ( $h_1$  e  $h_2$ ) estão disponíveis para medição por meio de sensores diferenciais de pressão. Uma vazão de entrada é fornecida ao tanque da esquerda, por meio de uma bomba hidráulica de indução. Esse mesmo tanque possui um sólido não linear inserido, para provocação de dinâmicas não lineares e incertezas de modelo no processo.

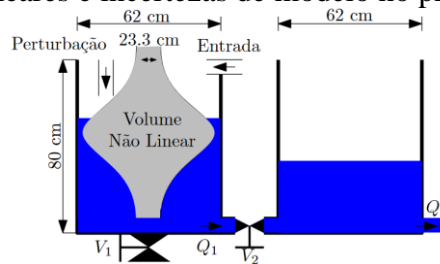


Figura 1. Diagrama do sistema de tanques acoplados.

*Modo 1:* válvula  $V_1$  aberta e  $V_2$  fechada (sistema de primeira ordem); *Modo 2:* válvula  $V_1$  fechada e  $V_2$  aberta (sistema de segunda ordem).

A linearização local em torno de  $h_1 = 48,47$  cm resulta em um sistema de primeira ordem para o *Modo 1*:

$$A_p = -0,0639, \quad B_p = 0,0815, \quad C_p = 1, \quad (8)$$

e no *Modo 2*, em torno de  $h_1 = 37,74$  cm e  $h_2 = 17,03$  cm:

$$A_p = \begin{bmatrix} -0,0449 & 0,0449 \\ 0,0095 & -0,0137 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} 0,0266 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_p = [1 \quad 0]. \quad (9)$$

Para o projeto do controlador linear por realimentação de estados em ambos os modos de operação é realizada alocação de autovalores, com inclusão de integrador, utilizando o sistema (1) com matrizes (2). Dessa forma, para o *Modo 1* de operação, o controlador é projetado para que apresente um sobressinal de aproximadamente 40% e um tempo de acomodação de 60 segundos, obtendo-se o ganho  $K = [0,8519 \quad -0,6956]$ .

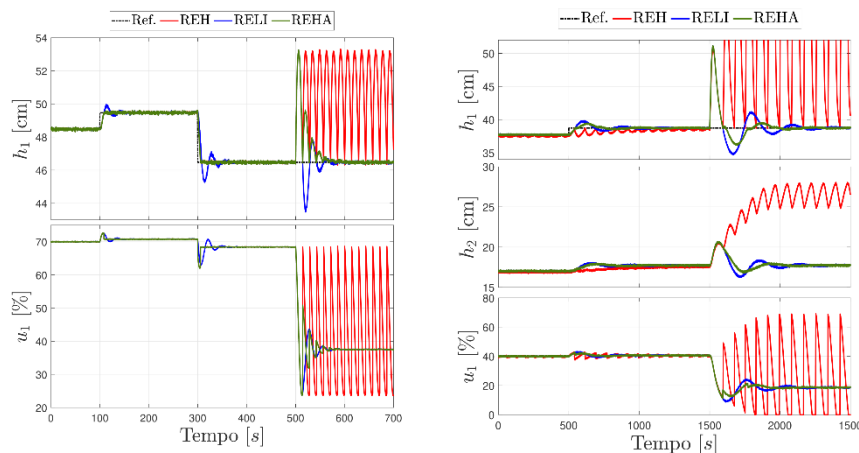


Figura 2. Simulações computacionais para seguimento de referência e rejeição de perturbação.

Já para o *Modo 2*, deseja-se um sobressinal de 50% e um tempo de acomodação de aproximadamente 829 segundos, resultando no ganho  $K = [-0,0357 \quad -3,8308 \quad -0,0661]$ . Além disso, por meio do Teorema 1, é possível analisar a estabilidade do sistema de malha fechada para o controlador por realimentação de estados com integrador (denominado RELI, com linhas em azul e  $\alpha = 0$ ), para o controlador híbrido por realimentação de estados e sem adaptação no valor de reiniciação (denominado REH, linhas em vermelho e  $\alpha = 1$ ) e para o controlador híbrido com adaptação no valor de reiniciação (denominado REHA, linhas em verde e  $\alpha = 0,6$  para o *Modo 1* e  $\alpha = 0,15$  para o *Modo 2*). As simulações computacionais com implementação dos controladores foram conduzidas para rastreamento de um sinal de referência constante por partes, conforme ilustrado na Figura 2. Além disso, para  $t \geq 500$ , é inserida uma perturbação no sistema, correspondente a uma vazão adicional produzida pela bomba com amplitude de 10%. É possível observar que a resposta do sistema com o controlador RELI apresenta um sobressinal de cerca de 40%, com um tempo de acomodação de cerca de 60 segundos. Por outro lado, os controladores híbridos REH e REHA produzem um sobressinal aproximadamente nulo com tempo de acomodação próximo de 10 segundos. Em relação à perturbação, pode-se verificar que os controladores RELI e REHA são capazes de manter o rastreamento da referência, enquanto o REH apresenta ondulações significativas



em sua resposta. Isso ocorre porque o REH não possui adaptação, ao contrário do REHA, o que causa a realização de uma sequência de reiniciações para um valor fixo e inadequado para a rejeição da perturbação. Esse mesmo comportamento é observado quando há a presença de incertezas paramétricas no sistema e/ou erros de modelo (não abordados neste trabalho).

De forma semelhante ao realizado anteriormente, simulações são realizadas para avaliar o desempenho do sistema de malha fechada para seguimento de referência constante por partes. Um sinal de perturbação é inserido para  $t \geq 1500$  segundos. É possível verificar que o sistema com o controlador REH apresenta ondulações no rastreamento de referência e quando sujeito à perturbação, torna-se extremamente oscilatório, provocando a saturação do atuador. Por outro lado, os controladores RELI e REHA são capazes de manter a resposta do sistema com comportamento satisfatório, sendo que o REHA alcança menores valores de sobressinal e tempo de acomodação.

### CONCLUSÕES:

Neste trabalho foi proposta uma nova abordagem para o controle híbrido com reiniciação adaptativa de integrador por meio de realimentação de estados, com estabilidade exponencial garantida para sistemas lineares. Com o auxílio de simulações computacionais, é possível verificar um melhor desempenho do sistema de malha fechada com a implementação de adaptação na reiniciação do termo integral, em comparação aos seus respectivos controladores linear e híbrido sem adaptação. Isso pode ser observado por meio da análise das respostas temporais, que apresentaram os menores valores de sobressinal e de tempos de acomodação e de subida. Como trabalhos futuros, serão investigadas estratégias para melhorar o desempenho do controle proposto para sistemas de segunda ordem ou superiores, com o objetivo de eliminar o sobressinal e os efeitos causados pela influência dos demais estados no sinal de controle.

### REFERÊNCIAS:

- Goebel, R., Sanfelice, R.G., and Teel, A. (2009). Hybrid dynamical systems. *Control Systems, IEEE*, 29(2), 28–93.
- Rubio-Scola, I., Quadros, M.M., and Leite, V.J.S. (2017). Robust hybrid PI controller with a simple adaptation in the integrator reset state. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1), 1457–1462.
- Zhao, G., Netic, D., Tan, Y., and Wang, J. (2013). Open problems in reset control. In *Decision and Control, 2013IEEE 52nd Annual Conference on*, 3326–3331. IEEE.
- Quadros, M.M., Rubio Scola, I., and Leite, V.J.S. (2017). Diretrizes para a sintonia de controladores PI com reiniciação no estado do integrador. In *Anais do XIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, 2112–2117.
- Netic, D., Teel, A.R., and Zaccarian, L. (2011). Stability and performance of siso control systems with first- order reset elements. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 56(11), 2567–2582.
- Goodwin, G.C., Graebe, S.F., and Salgado, M.E. (2001). *Control system design*. Upper Saddle River, 13.