



## OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA EVOLUCIONÁRIA BASEADA EM CONFIABILIDADE: GERAÇÃO AUTOMÉTICA DE MODELOS STRUT-AND-TIE PARA ESTRUTURAS TRIDIMENSIONAIS

Hélio Luiz Simonetti<sup>1</sup>; Valério Silva Almeida<sup>2</sup>; Virgil Del Duca Almeida<sup>3</sup>; Evanilton José Alves Barbosa<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Hélio Luiz Simonetti, IFMG Campus Betim, Betim - MG; [helio.simonetti@ifmg.edu.br](mailto:helio.simonetti@ifmg.edu.br)

<sup>2</sup> Valério Silva Almeida, USP, São Paulo – SP

<sup>3</sup> Virgil del Duca Almeida, IFMG Betim, Betim – MG

<sup>4</sup> Orientador: Pesquisador do IFMG, Campus XXXX; [orientador@ifmg.edu.br](mailto:orientador@ifmg.edu.br)

### RESUMO

Este artigo apresenta um método para gerar modelos ótimos de bielas e tirantes usando Otimização Topológica Baseada em Confiabilidade (RBTO) acoplada ao método Smoothing-ESO (SESO). O método é focado na geração de projetos semelhantes a treliças em um ambiente tridimensional para uma viga profunda com duas aberturas. A análise de confiabilidade é realizada usando a abordagem do Índice de Confiabilidade (RIA) via Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM), com consideração dada às variáveis aleatórias de geometria, volume, resistência e compliance. No procedimento de otimização, as funções de estado limite de deslocamento máximo e tensão máxima de von Mises são impostas. O método proposto utiliza as derivadas parciais no campo das tensão de von Mises para atingir a geração automática de modelos ótimos de escoras e tirantes 3D. Isso permite a identificação de trajetórias tensionadas e comprimidas onde preponderância da tração e compressão ocorrem, respectivamente, na direção das bielas e tirantes, respectivamente facilitando a inserção de reforço.

### INTRODUÇÃO:

O modelo Strut-and-Tie (STM) é uma ferramenta poderosa para projetar estruturas de concreto armado, especialmente quando o fluxo de tensões é complexo e não linear nas regiões D. O modelo é baseado na suposição de que a estrutura se comporta como uma treliça, onde as forças de compressão e tração são transferidas por meio de um sistema de bielas e tirantes. Várias técnicas e algoritmos foram propostos por pesquisadores para desenvolver modelos STM desde o trabalho proposto por [1]. Algumas dessas técnicas incluem: Otimização Estrutural Evolucionária (ESO): Este método foi sugerido por [2] e usa um algoritmo evolutivo para otimizar o tamanho e a forma de bielas e tirantes no STM. O algoritmo funciona removendo iterativamente o material do projeto até que uma configuração final seja alcançada respeitando as restrições impostas no problema. Otimização Estrutural Evolutiva Bidirecional (BESO): Este método proposto por [3] e [4] é uma extensão do método ESO. Ele usa dois processos de otimização que trabalham em direções opostas para atingir um equilíbrio entre o desempenho estrutural e o peso do projeto. Método de otimização baseada em desempenho (PBO): Este método, proposto por [5] e [6], usa uma abordagem de otimização para otimizar simultaneamente o desempenho estrutural e o custo do projeto. A Suavização do ESO (SESO): Este método foi proposto por [7] e é baseado no método ESO. Ele usa uma técnica de suavização para melhorar a taxa de convergência do algoritmo de otimização e reduzir o número de iterações necessárias para atingir um projeto ótimo.

Os modelos STM devem ser dispostos de forma que haja uma coincidência entre o centro de gravidade de cada elemento e as linhas de ação das forças externas que atuam em cada nó. Além disso, esses modelos devem atender a alguns critérios, incluindo o equilíbrio de tensões internas, considerando o carregamento, que não deve exceder os limites em relação à resistência real da estrutura em [8] e [1]. As abordagens RBTO tradicionais são chamadas de abordagens de loop duplo (ou nest-loop), onde as restrições de confiabilidade são transformadas para tornar os problemas de otimização mensuráveis e solucionáveis usando o método de confiabilidade de primeira ordem (FORM). Uma das abordagens mais conhecidas com base no método FORM é a Abordagem do Índice de Confiabilidade (RIA). No entanto, a abordagem RBTO de loop duplo é computacionalmente cara e carece de robustez ao lidar com um grande número de variáveis aleatórias [9].

XI Seminário de Iniciação Científica do IFMG – 22 a 24 de agosto de 2023, Planeta IFMG 2023.

Para superar isso, abordagens de loop único foram desenvolvidas, onde as condições de otimização de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) são usadas para evitar o loop. Autores como [10], [11], [12] e [13] usaram a formulação de loop duplo, enquanto [14] desenvolveram um modelo proprietário de loop único chamado método RBTO-híbrido que resolve os problemas de análise de confiabilidade e otimização de projeto simultaneamente para encontrar a solução global, ou seja, o ponto mais provável (MPP), com baixo custo computacional. Outras abordagens que usam a formulação de loop único incluem [15], que usa uma abordagem de desacoplamento, e [16] e [17]. Embora a RBTO seja um campo de pesquisa em rápida expansão, a relação entre TO e restrição de probabilidade ainda é bastante desafiadora, devido à difícil tarefa de avaliar a probabilidade de falha em uma estimativa direta. Ainda existem poucos trabalhos que integram o conceito de confiabilidade a estruturas 3D, podemos citar [18] que abordam a RBTO combinando Sequential Optimization and Reliability Assessment (SORA) com um software de otimização externo. Em [19] propõem a RBTO com o procedimento de otimização BESO e [20] usam o método Segmental Multi-Point Linearization (SML) para uma estimativa mais precisa do gradiente de probabilidade de falha e [21] abordam a RBTO para estruturas 3D aplicando o método SESO e a rejeição e admissão de elementos sequenciais (SERA). Nesse sentido, o presente artigo se torna uma contribuição ao campo da confiabilidade estrutural aplicada a estruturas tridimensionais. Além disso, traz uma nova metodologia para geração automatizada de modelos de bielas e tirantes obtidos através das derivadas parciais do campo de tensões de von Mises, permitindo o conhecimento das regiões de preponderância de tração (azul) e compressão (verde).

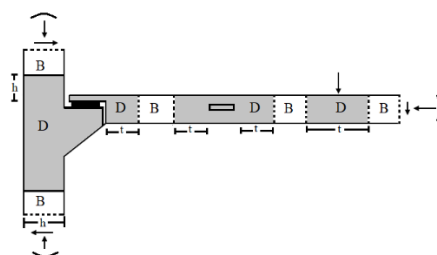


Figura 1. Exemplos de regiões D e B

## 2 METODOLOGIA:

### 2.1 Declaração do problema OT em estresse

O objetivo de um problema de otimização topológica de STM é encontrar um layout de reforço dentro do domínio de projeto que minimize o estresse máximo de von Mises da estrutura para algumas condições de carga e contorno dadas para problemas elásticos lineares, a seguinte formulação é normalmente usada:

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & V = \sum_{e=1}^{ne} x_e V_e \\ \text{subject to:} \quad & KU = F \\ & \sigma_e^{vm} - \sigma^* \leq 0 \\ & x_e = 0 \text{ ou } x_e = 1 \end{aligned} \quad (1)$$

onde o estresse de von Mises  $\sigma_e^{vm}$  em cada elemento é calculado usando a equação 2.

$$\sigma_e^{vm} = [\sigma_{ix}^2 + \sigma_{iy}^2 + \sigma_{iz}^2 - \sigma_{ix}\sigma_{iy} - \sigma_{ix}\sigma_{iz} - \sigma_{iy}\sigma_{iz} + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{xz}^2 + 3\tau_{yz}^2]^{1/2} \quad (2)$$

com  $V$  é o volume da estrutura,  $V_e$  é o volume do elemento,  $K$  é a matriz de rigidez da estrutura,  $U$  é o vetor dos deslocamentos,  $F$  vetor de força,  $ne$  é o número de elementos finitos da estrutura,  $\sigma^*$  é um estresse admissível,  $x_e = 0$  material vazio e  $x_e = 1$  material sólido. Esta formulação mostra que o procedimento de otimização visa minimizar a quantidade de elementos  $e$ , portanto, minimizar o volume da estrutura. Esta estrutura está sujeita às equações de equilíbrio, bem como a uma restrição de tensão para cada elemento que deve ser menor ou igual à tensão permitida.

## 2.2 Análise de sensibilidade para geração automatizada de modelos STMs

Tomando o cálculo local da derivada da tensão de von Mises do elemento em relação aos componentes do vetor de tensão descritos respectivamente como:

$$\frac{\partial(\sigma_e^{vm})}{\partial\sigma_{e11}} = \frac{1}{2\sigma_e^{vm}} (2\sigma_{e11} - \sigma_{e22} - \sigma_{e33})$$

$$\frac{\partial(\sigma_e^{vm})}{\partial\sigma_{e33}} = \frac{1}{2\sigma_e^{vm}} (2\sigma_{e33} - \sigma_{e11} - \sigma_{e22}) \quad (3)$$

Considerando a equação 3 e fazendo  $\frac{\partial(\sigma_e^{vm})}{\partial\sigma_{e11}} > 0$  então os elementos são preponderantemente tensionados (cor azul - tirantes) enquanto  $\frac{\partial(\sigma_e^{vm})}{\partial\sigma_{e33}} < 0$  são preponderantemente comprimidos (cor verde - suporte).

### RESULTADOS E DISCUSSÕES:

#### Exemplo – Viga profunda simplesmente apoiada com duas aberturas

Uma viga profunda simplesmente apoiada com duas aberturas é ilustrada na figura 2. Duas cargas concentradas de magnitude  $P=1$  kN, dimensões 120x60x10 totalizando 67.500 elementos finitos hexaédricos, razão de Poisson de  $\nu=0,15$ , módulo de Young do concreto  $E=30.088$  MPa. A razão de rejeição  $RR=1\%$  e a razão evolutiva  $ER=1\%$ . As configurações ótimas são apresentadas na figura 3a e o modelo de escora e tirante gerado automaticamente é apresentado na figura 3b. Pode-se observar que as regiões D do projeto têm influência direta no mecanismo de transferência de carga, pois o caminho natural da carga é redirecionado ao redor da abertura. Isso é confirmado pelo modelo de escora e tirante, veja a fig. 3b, que mostra que as cargas são transmitidas aos suportes pelas bielas (região verde: preponderância da compressão) ao redor das aberturas. Note também que os dois tirantes (região azul: preponderância da tração) inclinados ao redor das aberturas conectam os montantes superior e inferior ao redor da abertura.

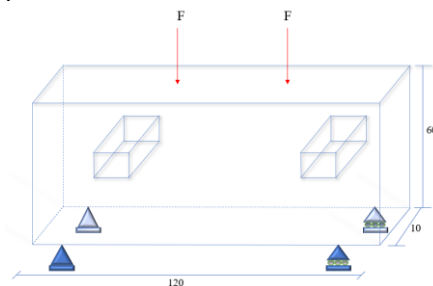


Figura 2 – Domínio de projeto da viga profunda com duas aberturas

Os parâmetros iniciais de projeto são nelx (comprimento), nely (altura) e nelz (largura) representam a geometria da estrutura, P, que representa a carga externa distribuída, e são consideradas variáveis aleatórias com distribuição normal e desvio padrão igual 1, enquanto as propriedades do material têm distribuição constante.

Tabela – Coeficientes e relações constitutivas

Parâmetro	Tipo de Distribuição	Média ( $\mu$ )	Desvio Padrão ( $\sigma$ )
nelx(mm)	Normal	116	0.1
nely(mm)	Normal	60	0.1
nelz(mm)	Normal	12	0.1

E(GPa)	Normal	1	0.1
$\nu$	Constant	0.15	0
P(1000 N/m <sup>2</sup> )	Normal	100	0.1
Volume (mm <sup>3</sup> )	Normal	0.30	0.1
Compliance (N.mm)	Normal	152.75	0.1

Note também que vigas profundas simplesmente apoiadas com duas aberturas, quando o  $\beta_t = 3.0$ , ou seja, uma probabilidade de falha  $P_f = 0.001358$ , leva apenas 4 iterações para atingir a convergência no cálculo de confiabilidade. Assim, a abordagem proposta precisa avaliar a Análise de Elementos Finitos (FEA) apenas 82 vezes, enquanto o método RBTO tradicional precisa processar a FEA 328 vezes. Portanto, a abordagem proposta mostra ter alta eficiência

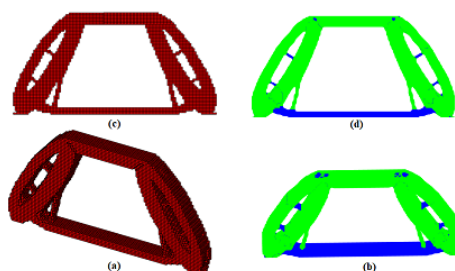


Figura 3 – Viga profunda com duas aberturas: (a) Topologia ótima RBTO-SES0 (c) Frente RBTO-SES0 (b) RBTO - Modelo de escora e tirante com formulação atual e (d) Frente de biela e tirante

## CONCLUSÕES:

Este artigo apresentou uma estratégia inovadora para otimização de topologia baseada em confiabilidade (RBTO) mesclada com a técnica Smoothing-ESO (SES0) para a criação automatizada de modelos ideais de bielas e tirantes em estruturas 3D. A metodologia foi efetivamente aplicada a uma viga profunda com duas aberturas, considerando variáveis aleatórias como geometria, volume, resistência e conformidade. A análise de confiabilidade foi conduzida usando a Abordagem do Índice de Confiabilidade (RIA) por meio do Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM). A geração automática de modelos 3D de bielas e tirantes foi realizada usando as derivadas dos campos de tensão de von Mises, que forneceram dados sobre os caminhos de força onde ocorre a predominância de tração e compressão. Essas informações foram utilizadas para direcionar a colocação do reforço, resultando em modelos ideais para os problemas estruturais especificados. A abordagem RBTO-SES0 sugerida demonstrou eficiência e robustez, oferecendo uma redução substancial nos custos computacionais em comparação aos métodos RBTO tradicionais. Esta pesquisa contribui para o campo da confiabilidade estrutural aplicada a estruturas tridimensionais e apresenta uma nova metodologia para a criação automatizada de modelos de escoras e tirantes. Pesquisas futuras neste domínio podem investigar a aplicação da estratégia proposta a uma gama expandida de problemas estruturais e incorporar outros algoritmos avançados de otimização e técnicas de confiabilidade para um processo de projeto ainda mais eficaz e robusto.

## REFERÊNCIAS:

- [1] Schlaich J, Schäfer K, Jennewein M. Toward a consistent design of structural concrete. PCI J 1987;32(3): 74– 150.
- [2] Xie YM, Steven GP. A simple evolutionary procedure for structural optimization. Comput Struct 1993;49(5): 885–96.
- [3] Yang XY, Xie YM, Steven GP, et al. Bidirectional evolutionary method for stiffness optimization. AIAA J



1999;37(11):1483–8.

[4] Bruggi M. Generating strut-and-tie patterns for reinforced concrete structures using topology optimization. *Comput Struct* 2009;87(23):1483–95.

[5] Liang QQ, Xie YM, Steven GP. Topology optimization of strut-and-tie models in reinforced concrete structures using an evolutionary procedure. *ACI Struct J* 2000;97(2):322–32.

[6] Liang QQ, Xie YM, Steven GP. Generating optimal strut-and-tie models in prestressed concrete beams by performance-based optimization. *ACI Struct J* 2001;98(2):226–32.

[7] Almeida VS, Simonetti HL, Neto LO. Comparative analysis of strut-and-tie models using smooth evolutionary structural optimization. *Eng Struct* 2013;56:1665–75.

[8] MacGregor, J.G. Reinforced concrete mechanics and design. New Jersey. Prentice Hall, 1997

[9] Maute, K., and Frangopol, D. M., 2003. "Reliability-based design of MEMS mechanisms by topology optimization". *Computers & Structures*, 81(8-11), May, pp. 813–824.

[10] Sato, Y., Izui, K., Yamada, T., Nishiwaki, S., Ito, M., and Kogiso, N., 2018. "Reliability-based topology optimization under shape uncertainty modeled in Eulerian description". *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Sept.

[11] Kang, Z., and Liu, P., 2018. "Reliability-based topology optimization against geometric imperfections with random threshold model". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 115(1), July, pp. 99–116.

[12] da Silva, G. A., and Beck, A. T., 2018. "Reliability based topology optimization of continuum structures subject to local stress constraints". *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 57(6), Jun, pp. 2339–2355.

[13] Schueller, G., Pradlwarter, H., and Koutsourelakis, P., 2004. "A critical appraisal of reliability estimation procedures for high dimensions". *Probabilistic Engineering Mechanics*, 19(4), Oct., pp. 463–474.

[14] Kharmanda, G., Olhoff, N., Mohamed, A., and Lemaire, M., 2004. "Reliability-based topology optimization". *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 26(5), Mar., pp. 295–307.

[15] Valdebenito, M. A., and Schuller, G. I., 2010. "A survey on approaches for reliability-based optimization". *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 42(5), Nov., pp. 645–663.

[16] Nguyen, T. H., Song, J., and Paulino, G. H., 2011. "Single-loop system reliability-based topology optimization considering statistical dependence between limit-states". *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 44(5), Nov., pp. 593–611.

[17] Silva, M., Tortorelli, D. A., Norato, J. A., Ha, C., and Bae, H.-R., 2010. "Component and system reliability-based topology optimization using a singleloop method". *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 41(1), Feb., pp. 87–106.

[18] López, C., Baldomir, A. and Hernández, S., Deterministic versus reliability-based topology optimization of aeronautical structures, *Struct Multidisc Optim* (2016) 53:907–921, 2016.

[19] Awruch, M.D.F., Esposito, A. and Gomes, H.M., "A Reliability-based Topology Optimization approach using Beso." 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering December 6-11, 2015, Rio de Janeiro, RJ, Brazil.

[20] Liu, K., Paulino, G.H. and Gardoni, P., Reliability-based topology optimization using a new method for sensitivity approximation - application to ground structures, *Struct Multidisc Optim* (2016) 54:553–571.

[21] Simonetti, H. L., Almeida, V. S., de Assis das Neves, F., Del Duca Almeida, V., & de Oliveira Neto, L. (2022). Reliability-Based Topology Optimization: An Extension of the SESO and SERA Methods for Three-Dimensional Structures. *Applied Sciences*, 12(9), 4220.