

CUBOS EM MÓDULO SONOBE: INVESTIGAÇÕES PARA ALÉM DO LIVRO DIDÁTICO

Luiza Estefany Magalhães de Paula ¹; João Marcos de Oliveira Neves ²; Adriano Vieira Miranda ³; Marlizete Franco da Silva ⁴;

1 Luiza Estefany Magalhães de Paula, Bolsista (PIBEN-IFMG), Técnico em Automação Industrial, IFMG Campus Avançado Ipatinga, Ipatinga - MG; luizamagalhaes.14@hotmail.com

2 João Marcos de Oliveira Neves, Voluntário (PIBEN-IFMG), Técnico em Automação Industrial, IFMG-Ipatinga, Ipatinga – MG

3 Adriano Vieira Miranda, Voluntário (PIBEN-IFMG), Técnico em Automação Industrial, IFMG-Ipatinga, Ipatinga – MG

4 Orientador: Marlizete Franco da Silva, Pesquisador do IFMG, Campus Avançado Ipatinga; marlizete.franco@ifmg.edu.br

RESUMO

O presente relato apresenta resultados parciais de uma pesquisa aplicada ao ensino, por meio do Projeto de Ensino: Sólidos geométricos para além do livro didático, que ainda está em andamento. O projeto tem como objetivo expandir o estudo de sólidos, para além do que é visto nos livros didáticos, ampliando a visão dos alunos acerca dos sólidos ao mesmo tempo que oportuniza momentos não convencionais de aprendizagem. A presente atividade utiliza dobraduras, estimulando a conexão entre a Matemática e a Arte, favorecendo a visão espacial dos estudantes, tanto no cálculo de áreas quanto no de volume. Participaram da atividade 68 alunos dos 2º anos dos cursos técnicos integrados em Automação Industrial e em Eletrotécnica do IFMG Campus Avançado Ipatinga. Para a realização desta atividade foram realizados dois encontros no contraturno, um com cada turma. Para desenvolver a atividade utilizou-se dobraduras em módulo *sonobe* para formar o cubo. Cada aluno recebeu 6 quadrados de papel A4 colorido, com os quais construiu seus módulos em dobradura. Unindo os seis módulos, cada aluno obteve um cubo. Após a construção dos cubos, os alunos foram agrupados em grupos de 3 ou 4 participantes, para criarem peças de um quebra-cabeças, que juntas, formariam um cubo maior, com 27 “cubinhos”. Foram feitas 7 peças diferentes. Sobre tais peças foi solicitado que calculassem áreas e volumes. Percebeu-se que os alunos já possuíam um bom conhecimento acerca de cálculo de área de quadrados e volume de cubos, porém uma certa dificuldade no cálculo da área total das peças, evidenciando dificuldades na visão espacial e do que seria área exposta do sólido. Nota-se a relevância da atividade ao possibilitar melhora na visão espacial e no estímulo à conexão da Matemática com o cotidiano e com as aplicações técnicas. Os resultados preliminares indicam a necessidade de reforçar os conceitos de visão espacial e estimular os alunos a ir além do que é proposto nos livros didáticos, construindo e manipulando sólidos sob vários ângulos, materiais e aplicações.

INTRODUÇÃO:

O trabalho com sólidos geométricos e seus elementos, por vezes, fica restrito ao livro didático, não havendo conexões com o cotidiano ou abordagens não convencionais acerca do tema. Considerando-se a relevância do tema e sabendo-se que para uma aprendizagem significativa e assimilação correta do conteúdo a utilização de novas estratégias é importante, faz-se necessário uma abordagem nova que instigue os alunos a buscar mais conhecimentos sobre o tema.

Pretendia-se, com a atividade aplicada, estudar como os alunos, organizados em grupos, mobilizam conhecimentos geométricos anteriores, para solucionar situações matemáticas, fora do ambiente convencional da sala de aula. Como essa interação, combinada à motivação de realizar atividades artísticas, favoreceria na retomada de conhecimentos anteriores e promovendo melhora na visão espacial deles.

Para tanto, a presente atividade objetivava explorar, na construção de cubos por meio de dobraduras, os cálculos de áreas e volumes, ampliando o conhecimento para além do que é encontrado em livros didáticos, permitindo aos alunos vivenciar outras experiências de aprendizagem.

Este trabalho aborda atividades investigativas no campo geométrico, objetivando que os alunos vivenciem alguns processos matemáticos, como: abstração, generalização, modelagem e formalização. Objetiva-se que os alunos desenvolvam e sistematizem conhecimentos sobre o cubo realizando cálculos pertinentes. Para alcançar este objetivo, vê-se em materiais concretos manipuláveis importantes recursos para a aprendizagem, pois, facilitam a visualização dos objetos, conferem dinâmica, interatividade e motivação às aulas, auxiliando no raciocínio e na elaboração de conexões desejadas (RIBEIRO, 2021).

Dada a importância que as atividades investigativas têm no processo ensino-aprendizagem escolar, e as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999), considera-se a necessidade de explorar tais atividades como recursos pedagógicos para construir conhecimentos matemáticos, como estímulo à criatividade, à elaboração de conjecturas e generalização de ideias matemáticas.

Pretende-se fazer uso de dobraduras, com vistas a uma abordagem lúdica, não convencional, propiciando uma nova experiência matemática, voltada para os alunos que têm dificuldades com o lado algébrico da matemática, mas possuem habilidades artesanais latentes. Corroborado por Del Moro (2017), concorda-se que ao lidar com as dobraduras, os alunos desenvolvem concentração, sentem a materialização das ideias à medida que a dobradura toma forma, o que os auxilia à apropriação e significação do aprendizado.

Dentre as dobraduras possíveis, optou-se pelo uso dos módulos *sonobe*, formas de origami modular, que utilizam partes iguais de dobradura que se encaixam para obter a figura completa (LEMOS, 2015). De acordo com Lemos (2015), o módulo recebe seu nome em referência a Mitsunobu Sonobe, criador do módulo para construir um grande dodecaedro e outra infinidade de formas. A partir do primeiro módulo, muitos outros foram criados, por outros autores, com pequenas variações do original, porém adotando a mesma nomenclatura.

Concordando com Kuenzer (2016), entende-se que o processo de produção do conhecimento passa pela ressignificação da realidade dos envolvidos, compreende a mudança de olhar sobre a realidade existente, frente aos novos saberes adquiridos. Sob tal perspectiva, vê-se, como caminho para o fortalecimento das relações entre os conteúdos da educação básica e das áreas técnicas, a importância de investir em atividades que abordem aplicações cotidianas também em áreas técnicas.

Sob outra perspectiva, compreende-se que para aprender é importante que o aluno observe, compare, sinta, vivencie, conclua, formule resultados... Ressignifique o que é ensinado (DEL MORO, 2017).

As atividades investigativas são apontadas como fundamentais no processo de construção de conhecimentos dos alunos. Podem contribuir para o descobrimento de relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos e identificação de suas propriedades (PONTE, BROCARD E OLIVEIRA, 2006).

O envolvimento do aluno é fundamental no processo ensino-aprendizagem. Ele aprende mais quando mobiliza seus conhecimentos para atingir determinado objetivo. A investigação requer a participação ativa do aluno na formulação de questões e favorece seu envolvimento na própria aprendizagem. A atividade investigativa traz para a sala de aula o espírito da atividade matemática, e faz com que o aluno aja como um matemático, construindo seu próprio conhecimento e criando argumentos para validá-lo e compartilhá-lo com os outros colegas e o professor (BRASIL, 1999).

Ernest (1986) destaca que “a inquirição e a investigação devem ocupar um lugar central no currículo de matemática”, e que “a pedagogia utilizada deve ser centrada nos processos e na inquirição” (p.28). Para Ernest uma investigação matemática envolve processos mentais; a investigação matemática tem “as suas próprias características de abstração, representação, modelagem e generalização”¹. E no início de um trabalho com atividades investigativas, pode ser necessário que as atividades sejam guiadas pelo professor, já que os alunos têm pouca ou nenhuma familiaridade com esta forma de trabalho. Esta atitude pode contribuir para que trabalhos posteriores se desenvolvam mais depressa (PONTE, OLIVEIRA E BROCARD, 2006). Assim os alunos aos poucos vão se envolvendo em atividades investigativas mais abertas, com autonomia de propor não apenas os caminhos para lidar com as situações matemáticas propostas, mas também propor novas situações. O que torna a atividade um bom experimento inicial de pesquisa.

Um ensino baseado na exploração de situações investigativas tem na Geometria um campo de possibilidades. A investigação geométrica pode contribuir para relacionar situações reais com situações matemáticas; desenvolve capacidades como visualização espacial e sua relação com formas planas, e o uso de diferentes formas de representação. (PONTE, BROCARD E OLIVEIRA, 2006).

A Geometria é fundamental para compreendermos o espaço em que nos movemos e vivemos. Para ampliar as possibilidades de aprendizagem dos conceitos geométricos torna-se importante utilizar, materiais concretos e virtuais, que possibilitem aos alunos manipular e experimentar. (PONTE, BROCARD E OLIVEIRA, 2006).

Contudo, a simples introdução de material manipulável não garante uma melhor aprendizagem. Cada material é elaborado a partir de uma proposta pedagógica e as discussões decorrentes de seu uso e da proposta que encerra são fatores relevantes para que possa contribuir no processo de aprendizagem. (FIORENTINI E MIORIM, 1990).

As atividades investigativas geométricas, bem como uso de material manipulável no decorrer destas, podem conceder ao aluno tempo e oportunidade para organizar suas experiências espaciais, compreendendo os conceitos envolvidos (PONTE, BROCARD E OLIVEIRA, 2006).

Para aprender matemática, é preciso fazer matemática. E para fazer matemática, o aluno precisa ser estimulado. Assim, o que determinará se o aluno vivenciará ou não experiências investigativas ou de resolução de problemas em sua vida escolar, será a interpretação que seus professores darão ao currículo, e a importância que concederão às atividades investigativas (SILVA et al, 1999).

¹ Ernest (1986, p31) citando o conceito de investigação matemática de Bell, Costello e Kucheman (1983).

Atividades investigativas podem favorecer a construção de ideias mentais sobre objetos matemáticos concretos. Através da manipulação concreta desses objetos, “tocando-os”, “movimentando-os”, os alunos são capazes de idealizá-los e manipulá-los mentalmente, conseguindo abstrair propriedades inerentes aos objetos estudados. Promove-se assim o desenvolvimento da abstração em matemática.

Através da investigação são analisados casos particulares, verificando o que varia e o que permanece constante, para identificar os padrões e as propriedades comuns, na busca de características que se mantêm, que são gerais. Incentiva-se, dessa forma o processo de generalização, que promove a consolidação de informações observadas pela atividade investigativa.

As atividades investigativas favorecem a modelagem na medida em que, para resolver determinado problema, criam-se representações (modelos matemáticos) da realidade. A modelagem procura representar a realidade de forma simples. Por isso, os modelos tendem a ser livres de detalhes e equivalentes à realidade que representam, conforme Hein e Biembengut, (2007). A equivalência e simplicidade desejadas dependem do desenvolvimento de um processo investigativo.

Investigações matemáticas podem ainda ser conduzidas de forma a estimular a formalização, na medida em que podem direcionar para a análise de sentenças disponíveis, propiciando um encadeamento lógico dessas sentenças, de forma que possam vir a constituir um sistema formal matemático.

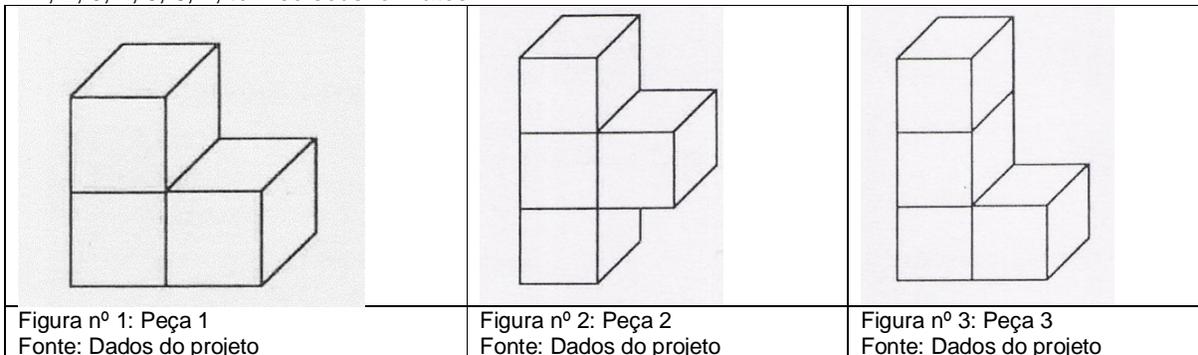
As potencialidades das atividades investigativas orientaram a elaboração e condução das etapas que integram o projeto, inclusive a atividade aqui relatada.

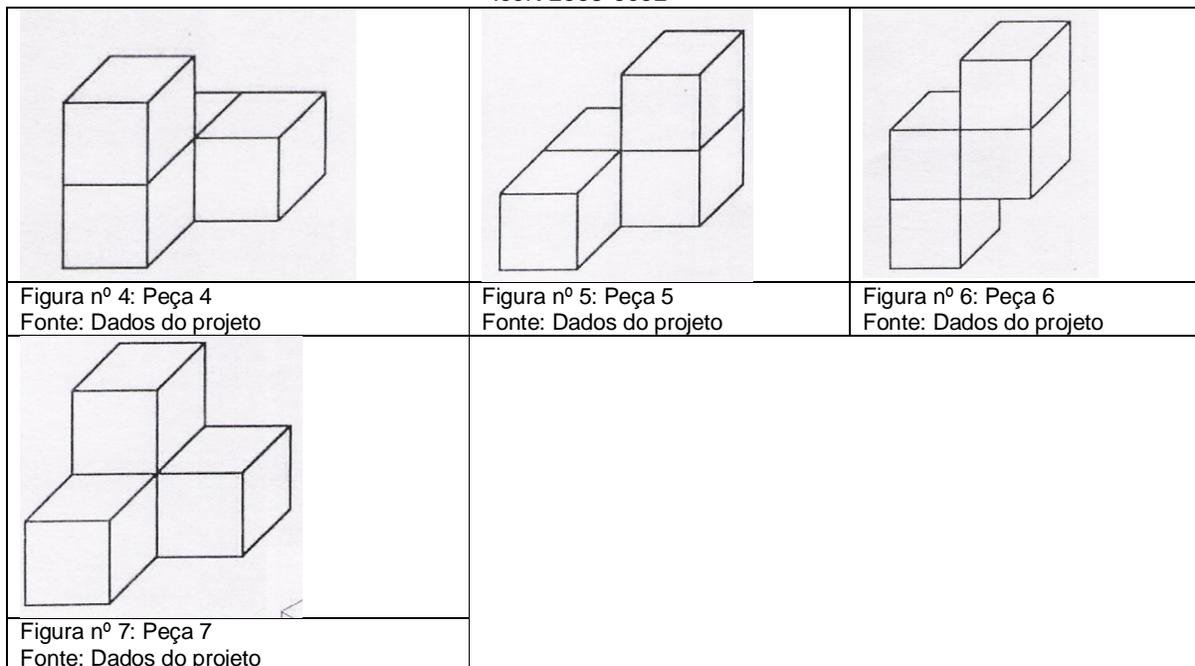
METODOLOGIA:

Para a realização desta primeira atividade do Projeto “Sólidos geométricos para além do livro didático”, utilizou-se duas aulas de 1h40min, no extraturno, uma com cada uma das duas turmas envolvidas. Participaram da atividade 34 alunos do 2º ano do curso técnico integrado em Automação Industrial e 34 alunos do 2º ano do curso técnico integrado em Eletrotécnica, ambos do IFMG *Campus* Avançado Ipatinga. Em cada encontro, cada aluno presente, recebeu 6 quadrados de folhas A4 coloridas, com as quais deveria construir seis módulos *sonobe*, sob a orientação da professora coordenadora, auxiliada pela aluna bolsista e pelos dois alunos voluntários. Após a obtenção dos seis módulos *sonobe*, os alunos foram orientados a uni-los de forma a obterem um cubo, na forma de um hexaedro regular. No momento da montagem dos cubos houve maior necessidade de auxílio por parte da bolsista e dos voluntários, pois alguns alunos só perceberam que haviam errado um dos passos na dobradura do módulo *sonobe*, quando não conseguiram encaixá-los para formar o cubo, necessitando refazer a dobradura para obter o módulo no formato correto.

Com os cubos prontos, o objetivo da pesquisa aplicada ao ensino, era analisar como os alunos, em grupos de 3 ou 4 integrantes, mobilizariam conhecimentos geométricos anteriores, de cálculo de áreas de quadrados e volume de cubos, para efetuar estes cálculos em peças que tivessem mais de um cubo. Para isso foi entregue a cada grupo uma folha de atividades com orientações de como colar os cubos da equipe, para formar cada peça do quebra-cabeças, e sobre esta peça, efetuar cálculos de área total e volume da peça.

Para a montagem de um quebra-cabeças, eram necessárias sete peças. Devido ao número de alunos, em cada encontro foram feitas nove peças, repetindo-se a construção dos modelos das peças 1 e 2. Nas figuras nº 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, têm-se seus formatos.





Uma vez obtidas as peças, os alunos foram convidados a tentar completar o quebra-cabeça, formando um cubo maior de 27 “cubinhos”. Acerca deste cubo maior, também foi pedido, na folha com atividades, que calculassem sua área total e seu volume. As folhas de atividades foram recolhidas ao final de cada encontro para análise dos mecanismos utilizados por cada equipe. Esta atividade foi realizada em 12/06 (para o 2º ano do curso Técnico Integrado em Automação Industrial) e em 19/06 (para o 2º ano do curso técnico em Eletrotécnica).

RESULTADOS E DISCUSSÕES:

Esperava-se que os alunos compreendessem melhor os elementos do cubo, melhorassem sua visão espacial, e realizassem os cálculos de áreas e volumes associados a eles e sua conexão com o cotidiano.

Na atividade aqui relatada, alguns alunos demonstraram dificuldades ao realizar as dobraduras. Houve ansiedade por parte de alguns para compreender e executar com perfeição na primeira tentativa o proposto. A professora coordenadora entrevistou destacando a importância de respeitarem seu próprio tempo, que é normal as primeiras execuções não serem perfeitas, o que melhora com a prática. Ao mesmo tempo, alunos que anteriormente demonstraram dificuldades algébricas, mostraram-se bem receptivos com as atividades com dobraduras, o que reforça a afirmativa de Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) ao destacar a importância da utilização de materiais diversificados para ampliar as possibilidades de aprendizagem para o maior número de alunos. Alguns alunos se destacaram na velocidade em compreender a execução da dobradura e ao realizar a montagem antes dos demais, utilizando sua intuição ao executar suas tentativas antes das orientações gerais. Tal fato ocorreu em ambas as turmas. Outros necessitaram de mais ajuda, tanto da professora coordenadora quanto da bolsista e dos voluntários.

Nas Figuras nº 8 e nº 9 tem-se os alunos no início da construção dos módulos *sonobe*.



Figura nº 8: Construção módulo *sonobe* 2º TAI
Fonte: Dados do projeto

Figura nº 9: Construção módulo *sonobe* 2º TELE
Fonte: Dados do projeto

Os alunos puderam escolher as cores dos papéis com os quais trabalhariam, o que os estimulou também a expressar sua individualidade junto ao processo. As figuras mostram o início do processo, no qual cada aluno seguiu o próprio ritmo e estratégia. Alguns optaram por montar seus módulos individualmente, outros fizeram uma "linha de produção" realizando cada passo em todas os papéis para garantir o padrão na dobradura. Nas figuras nº 10 e nº 11, tem-se os alunos montando seus cubos, momento que para alguns gerou mais dúvidas e ansiedade.



Figura nº 10: Montagem do cubo 2º TAI
Fonte: Dados do projeto

Figura nº 11: Montagem do cubo 2º TELE
Fonte: Dados do projeto

Alguns alunos foram mais rápidos que os demais e seguiram sua intuição realizando tentativas para realizar a montagem de cada cubo.

Nas figuras nº 12 e nº 13, tem-se a construção das peças do quebra-cabeças e os cálculos de área e volume.



Figura nº 12: montagem da peça e cálculos de área e volume. 2º TAI
Fonte: Dados do projeto

Figura nº 13: montagem da peça e cálculos de área e volume. 2º TELE
Fonte: Dados do projeto

Nesta fase da atividade, percebe-se as contribuições para a aprendizagem dos alunos, concordando com Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), pois utiliza-se a perspectiva investigativa no campo geométrico, o que permite a manipulação das peças, desenvolvendo capacidades de visualização espacial, percepção de propriedades e padrões, contribuindo para expandir as habilidades de abstração dos alunos.

Nas Figuras nº 14, nº 15, nº 16 e nº 17 tem-se a montagem do quebra cabeça.



Figura nº 14: Tentativa de montagem do quebra-cabeças – 2º TAI
Fonte: Dados do projeto



Figura nº 15: Montagem concluída – 2º TAI
Fonte: Dados do projeto



Figura nº 16: Tentativa de montagem do quebra-cabeças – 2º TELE
Fonte: Dados do projeto



Figura nº 17: Montagem concluída – 2º TELE
Fonte: Dados do projeto

No momento da montagem do quebra-cabeças nota-se o quanto o desafio os estimulou, mesmo errando nas primeiras tentativas, nas duas turmas, os alunos não desistiram. Insistiram e vibraram no momento em que conseguiram atingir o objetivo.

CONCLUSÕES:

A atividade evidenciou a presença do cubo num ambiente bem peculiar, o das atividades artísticas com dobraduras.

Os alunos se sentiram motivados desde a execução da primeira dobradura, apesar de alguns terem demonstrado dificuldades em sair de sua zona de conforto que seriam os cálculos algébricos. O que corrobora Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) quando afirmam ser importante o uso de materiais diversificados para ampliar as possibilidades de aprendizagem dos conceitos geométricos.

A criatividade foi um destaque no trabalho, evidenciada na escolha das estratégias para calcular a área e o volume da peça construída. O que confirma que atividades investigativas favorecem também a modelagem, uma vez que para resolver um problema proposto (os cálculos de área e volume) os alunos precisaram utilizar representações, modelos geométricos presentes em sua realidade (HEIN; BIEMBENGUT, 2007).

Notou-se o empenho dos alunos em todas as fases da atividade, mesmo quando estavam inseguros e insatisfeitos por não estarem na mesma etapa que alguns colegas mais rápidos, ou pouco satisfeitos com a qualidade de suas dobraduras. No momento da montagem do quebra-cabeças a motivação e a satisfação em concluir a tarefa foram evidentes.

Percebeu-se que os alunos já possuíam um bom conhecimento acerca de cálculo de área de quadrados e volume de cubos, porém uma certa dificuldade no cálculo da área total das peças, evidenciando dificuldades na visão espacial e do que seria área exposta do sólido. Nota-se a relevância da atividade ao possibilitar melhora na visão espacial e no estímulo à conexão da Matemática com o cotidiano e com as aplicações técnicas. Os resultados preliminares indicam a necessidade de reforçar os conceitos de visão espacial e

estimular os alunos a ir além do que é proposto nos livros didáticos, construindo e manipulando sólidos sob vários ângulos, materiais e aplicações, uma vez que apenas 55% dos grupos envolvidos não apresentaram dificuldades em desenvolver os cálculos de áreas e volumes dos sólidos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais**: ensino médio. Ministério da Educação - Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC, 1999.

DEL MORO, Ana Cecília. **Geometria das dobraduras e aplicações no Ensino Média**. 2017. 60f. Dissertação (Mestrado em Ciências – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT)-Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP. Disponível em: < <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55136/tde-03102017-172103/pt-br.php>>. Acesso em 14 ago. 2023.

ERNEST, Paul. Investigações, Resolução de Problemas e Pedagogia; P. Abrantes, L.C. Leal, J.P. Ponte (Eds.). **Investigar para aprender matemática**, Lisboa: Projecto MPT e APM, 1986, p.25-48.

FIORENTINI, Dário; MIORIM, Maria Ângela, **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da Matemática**. Boletim da SBEM-SP, n.7, jul./ago.1990.

HEIN, Nelson; BIEMBENGUT, Maria Sallet. **Modelagem matemática no Ensino**. 4ª ed. São Paulo: Contexto, 2007.

KUENZER, Acacia Zeneida. Trabalho e escola: a aprendizagem flexibilizada. In: REUNIÃO CIENTÍFICA REGIONAL DA ANPED, 11, 2016, Curitiba. **Anais...** Curitiba, 2016.

LEMOS, Wellington. Construção de um cubo com Módulo Sonobe. 2009. Disponível em:< https://pt.slideshare.net/wglemos/mdulo-sonobe-cubo?from_action=save> Acesso em: 15 ago. 2023.

LEMOS, Wellington. **O uso de uma sala interativa para a aprendizagem de poliedros estrelados no Ensino Médio**. 2015. 65f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT)-Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica-RJ. Disponível em:< <https://tede.ufrj.br/jspui/handle/jspui/1369> > Acesso em: 15 ago. 2023.

PONTE, João Pedro.; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

RIBEIRO, Celso Henrique Motta. **O uso de dobraduras como ferramenta de aprendizagem sobre quadriláteros notáveis na Educação Básica**. 2021. 74f. Dissertação (Mestrado) Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal da Bahia, Salvador-BA. Disponível em< [https://repositorio.ufba.br/bitstream/ri/34103/1/Disserta%C3%A7%C3%A3o de Mestrado PROFMAT DOB RADURAS Celso H M Ribeiro.pdf](https://repositorio.ufba.br/bitstream/ri/34103/1/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20de%20Mestrado%20PROFMAT%20DOB%20RADURAS%20Celso%20H%20M%20Ribeiro.pdf)> Acesso em: 14 ago. 2023.

SILVA, A. et al. O currículo de matemática e as Atividades de Investigação. In P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca, & L. Brunheira (Eds.), **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Lisboa: Projecto MPT e APM, 1999, p. 69-85.